ORIENTADOR METODOLÓGICO

Estatística: interpretação de dados

Objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer os tipos de gráficos (barras, setores e linhas);
- Compreender a tabela de frequência e o histograma;
- Diferenciar as medidas de tendência central e de dispersão e identificar as medidas de tendência central ou de dispersão em um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências com dados agrupados ou em gráficos;
- Resolver problemas envolvendo as medidas de tendência central e de dispersão e de exercícios com análise de gráficos.

Praticando

1) E

2) A

3) D

4) Solução: De acordo com o gráfico isto ocorreu próximo do final de 2002.
Gabarito: B

5) Solução. As informações dos gráficos os pares ordenados dos pontos continuam os mesmos. Logo não há outra diferença além da escala utilizada em cada um.
Gabarito: D

6) D

7) D

8) Solução. Observando a tabela os resultados ímpares foram 1 (7 vezes); 3 (8 vezes) e 5 (9 vezes). Logo, a frequência em relação ao total é:

$$\frac{7+8+9}{7+9+8+7+9+10} = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$$

Gabarito: C

9) C

10) Solução: Somando-se o total de medalhas de ouro conquistado por Estados Unidos, Rússia e China (40 + 32 + 28), temos um total de 100 medalhas, o que corresponde a um terço do total de medalhas (300).
Gabarito: B

11) B

24.000,00 ------ 100%
x ------ 16,4 – 12,3%
24.000,00 ------ 10%
x ----- 4,1%
100 x = 24,000,000 x 4,1

$$x = \frac{24{,}000{,}0\cancel{00}\ .\ 4{,}1}{1\cancel{00}}$$

x = x 10.000

$$x = \frac{98{,}4}{1\cancel{0}} \times 1000\cancel{0}$$

x = 984000 ≅ 1.000,000

12) D

13) E

Aprofundando:

14) Solução: Analisando o gráfico nas últimas 5 Olimpíadas, observa-se que o número de homens praticamente não se alterou (6434; 6983; 6659; 7075; 6416), enquanto o número de mulheres participantes teve um expressivo salto (1498; 2438; 2705; 3549 e 3905).
Gabarito : E

15) Solução: De acordo com o gráfico, nas 3 primeiras horas, a concentração aumentou.
Gabarito: D

16) C

17) E

18) D

19) Solução. Como, ao ingerir o medicamento, a concentração da substância A no organismo irá aumentar, <u>a partir de um determinado momento</u>, a função deve ter um comportamento crescente. Porém, é dito que após a substância alcançar o

objetivo no organismo, sua quantidade volta ao normal. Daí, temos que, após alcançar um ponto máximo, a função passa a ter um comportamento decrescente, voltando para a quantidade inicial da substância. Logo, o gráfico que melhor representa esse comportamento é o da opção D.
Gabarito: D

20) Solução: De acordo com o gráfico, o lucro será positivo (R – C > 0) para quantidades entre 10 e 30.
Gabarito: D

21) Solução. O valor de 270 corresponde a 15% do total. Calculando, temos:
$0,15. \text{Total} = 270 \Rightarrow \text{Total} = \frac{270}{0,15} = \frac{27000}{15} = 1800$ respostas.
Logo, a + b = 900 e c + d = 900. Como c = d, temos: c = d = 450.
Gabarito: D

22) E

23) B

24)
a) 1.500.000 ------100%
x --------------------- 53%
100x = 1.500.000 x 53
X = 15000x53
X = 795.000
b) 35 + 25 = 60%
795.000 ------ 100%
x --------------- 60%
100x = 795.000 x 60
X = 7950 x 60
X = 477.000

Desafiando:
25) D

26) Solução:
Para h/H = 1/4, temos: $120L/h \leq V_b \leq 210L/h$
Para h/H = 1/6, temos: $80L/h \leq V_b \leq 140L/h$
Média aritmética: (1/4+1/6)/2 = (3/12+2/12)/2 = 5/24 ≅ 1/5
Vamos fazer uma interpolação, calculando as médias aritméticas para
h/H = 1/5: $(120L/h + 80L/h)/2 \leq V_b \leq (210L/h + 140L/h)/2$

Portanto:
$100L/h \leq V_b \leq 175L/h$
Gabarito: D

ORIENTADOR METODOLÓGICO

Estatística: medidas de tendência central

Objetivos:

• Reconhecer os tipos de gráficos (barras, setores e linhas);

• Compreender a tabela de frequência e o histograma;

• Diferenciar as medidas de tendência central e de dispersão e identificar as medidas de tendência central ou de dispersão em um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências com dados agrupados ou em gráficos;

• Resolver problemas envolvendo as medidas de tendência central e de dispersão e de exercícios com análise de gráficos.

Praticando

1) Solução: Sendo X $\rightarrow$ soma dos pesos das 19 pessoas, temos que:
M = X/19 = 70 $\rightarrow$ X = 70.19 = 1330. Ao entrar mais uma pessoa de 82kg, a soma dos pesos das 20 pessoas passa a ser: 1330 + 82 = 1412. Portanto a nova média será:
M = 1412/20 = 70,6kg.
Gabarito: E

2) Solução:

$$\frac{60 \times 20 + 120 \times 8 + 30 \times 12}{60 + 120 + 30} = \frac{2520}{210} = 12.$$

Gabarito: C

3) Solução:

A média dos três últimos anos é calculada através da soma destes três valores dividida por três para cada empresa. No caso da empresa Alfinetes V, a média é de 200 mil reais, uma vez que os três valores são iguais; Balas W, Chocolates X, Pizzaria Y, 230 mil reais e Tecelagem Z, Como são escolhidas as duas empresas com maior média, Chocolates X e Pizzaria Y.
Gabarito: D

4) Solução. Organizando os dados numa tabela, temos:

Média: $\frac{11200.103\text{L}}{10^3\text{kg}} = 11200\text{L/kg}$

	LKG	Quantidade (kg)	Total
Milho	1000	100	100.10^3 L
Trigo	1500	100	$150.\ 10^3$ L
Arroz	2500	100	$250.\ 10^3$ L
Carne de porco	5000	100	$500.\ 10^3$ L
Carne de boi	17000	600	$10200.\ 10^3$ L
	Total	10^3kg	11200.10^3 L

Gabarito: B

5) Solução. Calculando a média por dados agrupados, considerando os percentuais em relação a 300 veículos, temos:

$$\overline{V} = \frac{(20).(5) + (30).(15) + (40).(30) + (50).(40) + (60).(6) + (70).(3) + (80).(1)}{5 + 15 + 30 + 40 + 6 + 3 + 1}$$

$$\overline{V} = \frac{100 + 450 + 1200 + 2000 + 360 + 210 + 80}{100} = \frac{4400}{100} = 44\text{km/h}$$

Gabarito: B

6) Solução:

$$\frac{3 \times 36 + 35 + 2 \times 34 + 33}{7} \cong 34,9$$

7) Solução. Calculando cada média, temos:

1º critério: $\overline{X} = \frac{(18 + 16) + (17 + 13) + (14 + 1) + (19 + 14) + (16 + 12)}{10}$

$= \frac{34 + 30 + 15 + 33 + 28}{10} = \frac{140}{10} = 14$

2º critério: $\overline{X} = \frac{(18 + 16) + (17 + 13) + (14) + (14) + (16 + 12)}{10} = \frac{140 - 20}{10} = \frac{120}{8}$
= 15 Um ponto maior.
Gabarito: B

8) Solução:
(6 x 4 + 7 x 5 + 8 x 5 + 6 x 3 + 6 x 3 + 9 x 5) / (4 + 5 + 5 + 3 + 3 + 5) = 180/25 = 7,2
Gabarito: D

9) Solução. Os dados já estão ordenados e agrupados.

– Média: $\overline{X} = \frac{1.4 + 2.1 + 4.2 + 5.2 + 6.1}{4 + 1 + 2 + 2 + 1} = \frac{4 + 2 + 8 + 10 + 6}{10} = \frac{30}{10} = 3$

- Mediana: Há 10 valores (par): $Md = \frac{a_{\frac{10}{2}} + a_{\frac{10}{2}+1}}{2} = \frac{a_5 + a_6}{2} = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$

- Moda: maior frequência: 1.

Gabarito: B

10) Solução:

Média = (3 x 0,5 + 5 x 1,5 + 4 x 2,5 + 6 x 3,5 + 2 x 4,5)/20 = 49/20 = 2,45;

Mediana = 2,5

Moda = 3,5

11) Solução: Moda = 2 (valor com maior frequência); Mediana = 2 (elemento que ocupa a posição central.
Gabarito: C

12) Solução:
Sendo a média (X) igual a:

5.0 + 3.1 + 4.2 + 3.3 + 2.4 + 2.5 + 1.7/ (5 + 3 + 4 + 3 + 2 + 2 + 2 + 1) = 45/20 = 2,25 e a mediana (Y) = 2, que é a media aritmética dos dois elementos centrais da distribuição e a moda(Z) igual a 0, pois 0 foi o valor de maior frequência. Temos Z<Y<X.

Gabarito: E.

13) Solução:

Média = (3 x 13 + 2 x 14 + 4 x 15 + 1 x 16) /10 = 143/10 = 14,3;
Mediana = (14 + 15) / 2 = 14,5;

Moda = 15.

14) Solução:

Sendo 8; 5; 7; 9; 11; 13; 4; 9; 10; 7; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 8; 5 os dados apresentados pelo gráfico da questão, colocando-os em ordem obtém-se a distribuição dos gols marcados pelos artilheiros das copas do Mundo (4; 5; 5; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 7; 7; 8; 8; 9; 9; 10; 11; 13) e pegando os dois elementos centrais desse ROL e fazendo uma média aritmética simples, obtém-se a mediana que é (6 + 7) . 2 = 6,5.

Gabarito: B

15) Solução:
A mediana de um conjunto de valores é o valor do termo central do rol de valores. No caso, são 200 hotéis, sendo assim o termo central é 200 + 12 = 100,5, ou seja, terá que ser calculada a média dos valores da diária do 100º e 101º valor da distribuição (valores colocados em ordem crescente ou decrescente). Através do gráfico de setores apresentado percebe-se que o 100 valor é 300 reais e que o 101 de 400 reais, pois 25% do menor valor (A) somado com 25% do valor seguinte (B) totalizam os 50% correspondente a metade dos valores. Sendo assim, a mediana é (300 + 400)/2 = 350 reais.

Gabarito: B

Aprofundando:

16) Solução:
Média = (382 + 523 + 508)/3 = 1413/3 = 471.

Gabarito: D

17) Solução:
Calcula-se o lucro médio de cada empresa através da divisão entre o lucro pelo tempo, escolhendo-se o maior resultado ao final. A empresa F possui um lucro médio anual de 24/3 = 8; a empresa G, 24/2 = 12; a empresa H, 25/2,5 = 10; a empresa M, 15/1,5 = 10; a empresa G, 9/1,5=6. Todos os valores foram calculados em milhões de reais. O maior lucro médio foi o da empresa G.
Gabarito: B

18) A

19) Solução:
M = (20 + 32 + 31 + x) / 4 = 27; x = 27 x 4 – 83 = 25.
Gabarito: D

20) C

21) Solução:
M_h = X/H = 78 $\rightarrow$ x = 78H (soma dos valores masculinos)

M_f = Y/M = 83 $\rightarrow$ y = 83M (soma dos valores femininos) ; N = (78H + 83M)/(H + M) = 80, logo: 3M – 2H = 0, logo: H = 1,5M, ou seja, a quantidade de mulheres representa 40% do total

Gabarito: C

22) C

$$\frac{3 \times 0 + 10 \times 1 + 15 \times 2 + 12 \times 3}{40}$$

$$\frac{0 + 10 + 30 + 36}{40} = \frac{76}{40} = 1{,}9$$

23) Solução:
(5 + 6 + 2 + 5)/4 = 18/4 = 4,5. Logo: 10 - 4,5 = 5,5.
Gabarito: C

24) Solução: Média = (0x20 + 1x25 + 2x35 + 3x15 + 4x5)/100 = 160/100 = 1,60
Mediana = 2 (elemento central da distribuição).
Gabarito: B

25) Solução:
Mediana = 50 (elemento central da distribuição em ordem crescente).
Gabarito: B

26) Solução: Como são dez valores a mediana será calculada pela média aritmética dos termos que ocupam a 5ª e a 6ª posição. Os valores da quantidade de empregos formais ordenados de forma crescente são 181419, 181796, 204804, 209425, 212952, 246875, 266415, 298041, 299415, 305068. Os valores que ocupam as 5ª e 6ª posições são 212952 e 246875; a mediana será a parte inteira da média entre esses dois valores, que é 229913.

Desafiando:

27) Solução:
M = X/10, onde X – a soma de todos os 10 números; logo: X = 10 x M;

Nova média = (X + a + b)/12 = (10M + a + b)/12.

Gabarito: B

28) Solução:
Mulheres representam 51% e tem média de idade de 38 anos. Os homens representam 49% e tem média de idade de 36.

Façamos uma média aritmética ponderada onde as porcentagens são os pesos.

Mp = (51% x Mm + 49% x Mh) / 100%
Mp = (51 x Mm + 49 x Mh) / 100
Mp = (51 x 38 + 49 x 36) / 100
Mp = (1938 + 1764) / 100
Mp = 3702 / 100
Mp = 37,02
Logo, a média da população será 37,02.
Gabarito: A

29) Solução:

A mediana deve ser o valor que ocupa o lugar central quando os salarios de todos os funcionários são listados em forma crescente. Caso o número de funcionários seja par não teremos um valor central, mas dois termos centrais e neste caso a mediana será a média aritmética destes valores.

Como R$ 2.800 não é valor de salário, devemos fazer com tenhamos um número par de funcionários e que os salários centrais sejam R$ 2.000,00 e R$ 3.600,00. Há 10 funcionários que ganham R$2.000,00, logo os valores centrais serão o 10º e 11º termos da listagem, o que ocorre havendo 20 valores salarias.

Devemos reduzir o número de funcionários de 30 para 20, isso pode ser feito demitindo-se 10 funcionários com salário de R$ 3.600,00.

Gabarito: D

30) C

ORIENTADOR METODOLÓGICO

Estatística: medidas de dispersão

Objetivos de aprendizagem:

• Diferenciar as medidas de tendência central e de dispersão e identificar as medidas de tendência central ou de dispersão em um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências com dados agrupados ou em gráficos;

• Resolver problemas envolvendo as medidas de tendência central e de dispersão e de exercícios com análise de gráficos.

Praticando

1) 4,64

2) Solução. Se a variância é nula, o desvio padrão também é nulo, pois vale a raiz quadrada da variância.

Gabarito: D

3) Solução.

a) A média (aritmética) é o quociente entre o produto das variáveis pela freqüência em que ocorreram e o total de dados:

$$\bar{x} = \frac{(500000).10 + (1000000).5 + (1500000).1 + (2000000).10 + (5000000).4 + (10500000).1}{31}$$

$$\bar{x} = \frac{62000000}{31} = R\$\ 2000000{,}00$$

A mediana é o elemento que ocupa a posição que divide os valores ordenados em subconjuntos de mesma quantidade. Como há 31 dados. A Mediana ocupará a $\frac{31+1}{2} = 16^a$ posição. Somando as frequências verificamos que M_d = R$1.500.000,00.

b) A variância para dados agrupados é: $\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \cdot (\bar{x} - x_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$.

Representamos os salários em milhões, temos:

$$\frac{10\,(2-0{,}5)^2 + 5\,(2-1)^2 + 1.\,(2-1{,}5)^2 + 10.(2-2)^2 + 4.\,(2-5)^2 + 1.\,(2-10{,}5)^2}{31} = V$$

Adicionando mais dois trabalhadores com 2 milhões, a nova média será:

$$\bar{x} = \frac{62000000 + 4000000}{31} = R\$2000000{,}00.\ A$$

nova variância V' será:

$$\frac{[10.\,(2-0{,}5)^2 + 5.\,(2-1)^2 + 1.\,(2-1{,}5)^2 + 10.\,(2-2)^2 + 4.\,(2-5)^2 + 1.\,(2-10{,}5)^2] + 2.\,(2-2)^2}{33}$$

4) a) gasolina: media = 2,6 / dp = 0.02 / c = 0,33%

alcool: media = 1,85 / dp = 0,04 / c = 0,66%

a) gasolina

5) a) media = 51 km/h / var = 85,27 $(km/h)^2$ /

dp = 9,23 km/h

b) 56 km/h

6) Solução: Será a sequência em que os valores tiverem mais distantes da média, ou seja, mais dispersos, e isto acontece na letra A

Gabarito: A

7) Grupo de mães sem a síndrome

8) Solução:

As médias de Marco e Paulo são iguais, mas o desvio padrão de Marco é menor, o que significa que suas notas nas provas estão mais próximas da média do que as notas de Paulo. Portanto, as notas obtidas por Marco no concurso são mais regulares, logo Marco foi melhor classificado.

Gabarito: B

Aprofundando:

9) Fornecedor B

10) Variância = 337,45 / DP = 18,36

11) D

12) C – Como é dito no enunciado que a equipe campeã é aquela em que o tempo dos participantes mais se aproxima do tempo fornecido pelos organizadores em cada etapa, então devemos ver a equipe com menor desvio padrão.

13) B – Segundo o enunciado em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular, ou seja, aquele candidato que tiver o menor desvio padrão.

14) C – pois o atleta vencedor seria aquele que fosse mais regular, ou seja, tivesse menor desvio padrão.

15) C

Desafiando

16) A

17) D

ORIENTADOR METODOLÓGICO

Lógica e questões de raciocínio

Objetivos:

- E

Praticando:

1) A

2) C

3) C

4) C

5) A

6) E

7) Suponhamos que Ana fale a verdade. Neste caso, as outras duas mentem e, é claro, cada uma dirá que a outra diz a verdade. Como Ana fala a verdade, ela reportará que cada uma dirá que a outra fala a verdade.

Suponhamos, agora, que Ana seja mentirosa. Então, das outras duas, a que diz a verdade dirá que a outra (que mente mesmo) mente. Já a que mente dirá que a outra (que fala a verdade) mente. Como Ana mente, sua resposta será que cada uma dirá que a outra fala a verdade. Logo, a única opção correta é a III.

8) A

9) B

10) B

11) R$ 48,84

12) B

13) E

14) B

15) C

Aprofundando:

16) E

17) D

18) A

19) D

20) B

21) C

22) A

23) 29

24) C

25) n = 20

26) 7 dias

27) a) Resp: Verdadeira. Como nem todos os recrutas têm a mesma altura, se nenhum medisse mais de 1,81 m, a média seria menor que 1,81 m. Logo, pelo menos um recruta tem altura maior que 1,81 m. Analogamente, se nenhum recruta medisse menos de 1,81 m, a média seria maior que 1,81 m. Portanto, um recruta mede menos de 1,81 m.

b) Resp: Os dados são insuficientes para uma conclusão.

Exemplo 1: 501 recrutas medem 1,81 m, um mede 1,80 m e um mede 1,82 m.

Exemplo 2: 499 recrutas medem 1,81 m, dois medem 1,80 m e dois medem 1,82 m

28) Seja n o nosso número. A sequência de operações indicada é:

$n - n + 3 \rightarrow 4(n + 3) = 4n + 12 \rightarrow 4n + 12 - 6 = 4n + 6 \rightarrow (4n + 6)/2 = 2n + 3 \rightarrow 2n + 3 - 2n = 3$

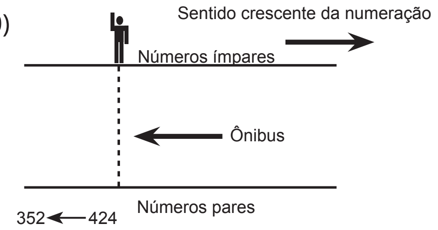
Assim, o resultado final é 3 e não depende do número n escolhido.

Desafiando:

29) a) 75 mg/ml

b) 3 doses

30)



a) O fluxo dos carros na Avenida Mané Garrincha se dá no sentido decrescente.

b) Robinho andará para a direita depois de atravessar.

31) Se (A) ou (B) fossem verdadeiras, (C) também o seria. Só há uma opção verdadeira, logo (A) e (B) devem ser eliminadas. Da mesma forma, se (C) ou (E) fossem verdadeiras, (D) também o seria. A única opção que pode ser correta sem que outra também o seja é a (D)

ORIENTADOR METODOLÓGICO

Matrizes: introdução e operações

Objetivos:

• Compreender a construção, lei de formação e classificação de uma matriz;

• Realizar operações com matrizes;

• Estudar as matrizes quadradas, com o cálculo do determinante e a obtenção da matriz inversa;

• Compreender a classificação e os métodos de resolução de sistemas lineares;

• Resolver problemas envolvendo matrizes, determinantes e sistemas lineares.

Praticando:

1) Solução: De acordo com as informações do enunciado da questão, temos:

$a_{11} = 1^{1+1} = 1$; $a_{12} = 2$;

$a_{21} = 1$; $a_{22} = 2^{2+1} = 8$;

$a_{31} = 1$; $a_{32} = 2$, logo: $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Gabarito: A

2)) Solução:

$At = \begin{pmatrix} a & b \\ -1 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a & 1 \\ -b & -c \end{pmatrix}$, logo: a = 0, b = 1 e c = 0.

Gabarito: D

3) Solução: De acordo com as informações do enunciado e da lei de formação dos elementos, temos que:

$a_{11} = 2 \times 1 - 3 \times 1 = -1$; $a_{22} = 2 \times 2 - 3 \times 2 = -2$ e $a_{33} = 2 \times 3 - 3 \times 3 = -3$,

logo: $a_{11} + a_{22} + a_{33} = -1 - 2 - 3 = -6$.

Gabarito: E

4) Solução: Uma matriz é um conjunto retangular de números, símbolos ou expressões, organizados em linhas e colunas. Cada um dos itens de uma matriz é chamado de elemento.

De acordo com o enunciado, temos a tabela:

	Material 1	Material 2	Material 3
Roupa tipo 1	5	0	2
Roupa tipo 2	0	1	3
Roupa tipo 3	4	2	1

a) O número de unidades de material j = 3 na confecção de uma roupa tipo i = 2 é o elemento a23 da matriz A, ou melhor, é o elemento da segunda linha com a terceira coluna a23 = 3 unidades.

b) O valor procurado é $5a_{11} + 4a_{21} + 2a_{31} = 5 \times 5 + 4 \times 0 + 2 \times 4 = 25 + 0 + 8 = 33$ unidades.

5) a) Solução. A matriz representa quantos chopes foram pagos pelo elemento da linha para o elemento da coluna. O total bebido no fim de semana foi:

	DIAS DE CONSUMO		
AMIGOS	SÁBADO	DOMINGO	TOTAL
ANTÔNIO	4 + 3	5 + 0 + 2	14
BERNADO	1 + 2 + 1	5 + 3 + 1	13
CLÁUDIO	4 + 0 + 5	3 + 0 + 3	15

Logo, Cláudio bebeu mais chope.

b) Utilizando uma seta (→) como a relação "pagou para", temos:

I) Sábado: $\begin{matrix} A \rightarrow C = 4 \\ C \rightarrow A = 3 \end{matrix}$

II) Domingo: $\begin{matrix} A \rightarrow C = 3 \\ C \rightarrow A = 2 \end{matrix}$

Conclusão: Em cada dia Antônio pagou um chope a mais. Logo, Cláudio ficou devendo 2 chopes a Antônio.

6) Solução. De acordo com as informações do problema, temos:

a)

I) $B_1 + B_2 = b_{12}$; $B_1 + B_3 = b_{13}$; $B_2 + B_3 = b_{23}$

II) Os valores das diagonais valem somas de valores de uma mesma barraca.

Como os valores pedidos referem-se a B_1 e B_2, montamos o sistema.

$$\begin{cases} B_1 + B_2 = 1800 \rightarrow \times(-1) \\ B_1 + B_3 = 3000 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -B_1 - B_2 = -1800 \\ B_1 + B_3 = 3000 \end{cases} \Rightarrow B_3 - B_2 = 3000 - 1800 = 1200$$

A diferença mostra que B3 arrecadou 1200 reais a mais que a barraca B2.

b) $2B_1 + 2B_2 + 2B_3 = 1800 + 3000 + 2000 = 6800$ (÷ 2), temos que:

$B_1 + B_2 + B_3 = 3400$.

7) Solução:

A_{5x7} x B_{7x5} = AB_{5x5}, ou seja, teremos uma matriz quadrada com 5 linhas e 5 colunas, logo, com 25 elementos.

B_{7x5} x A_{5x7} = BA_{7x7}, ou seja, teremos uma matriz quadrada com 7 linhas e 7 colunas, logo, com 49 elementos.

Gabarito: D

8) Solução:

A_{3x2}, logo: $A^t{}_{2x3}$.

Como: B2x1 x C1x3 = D2x3.

Então: $A^t{}_{2x3} + D_{2x3} = E_{2x3}$

Gabarito: D

9) Solução:

Sendo: $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ e $B.A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ (verifique).

Temos que: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, logo:

a = -1; b = 2; c = -2; d = 6, então:

$$x = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$$

Gabarito: C

10) Solução. Desenvolvendo a equação matricial, temos:

$$\text{I)} \begin{cases} 0{,}8p_0 + k = p_1 \\ 0{,}2p_0 + 0{,}9m_0 = m1 \Rightarrow (0{,}8 + 0{,}2)\ p_0 + (0{,}9 + \\ 0{,}1m_0 + 0{,}95g_0 = g_1 \end{cases}$$

$0{,}1)\ m_0 + 0{,}95g_0 + k = p_1 + m_1 + g_1$

II) $(p_1 + m_1 + g_1 = p_0 + m_0 + g_0) \Rightarrow p_0 + m_0 + 0{,}95g_0 + k = p_1 + m_1 + g_1 \Rightarrow 0{,}95g_0 + k = g_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = g_0 - 0{,}95g_0 = 0{,}05g_0 \rightarrow 5\%$ de g_0

Gabarito: A

11) Solução. De acordo com o procedimento indicado, temos:

$$\text{I)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \\ 1 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.S_1 + 1.S_2 \\ 1.S_1 + 0.S_2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_2 \\ S_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = 1 \\ S_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{II)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_3 \\ S_4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.S_3 + 1.S_4 \\ 1.S_3 + 0.S_4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_4 \\ S_3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} S_3 = 0 \\ S_4 = 1 \end{cases}$$

Logo, $S_1\ S_2\ S_3\ S_4$ = 1001

Gabarito: C

12) Solução:

A x A^{-1} = I, ou seja: $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$$\text{logo: } \begin{cases} a + 2c = 1 \\ -a = 0 \\ b + 2d = 0 \\ -b = 1 \end{cases}$$

Resolvendo este sistema de equações, encontramos: a = 0; c = 1/2; b = - 1 e

d = 1/2, então: $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$, logo: $A + A^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Gabarito: C

13) Solução:

A x B = I, ou seja: $\begin{bmatrix} x & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ y & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$$\text{logo: } \begin{cases} 3x + y = 1 \\ -x + 2 = 0 \\ 15 + 3y = 0 \\ -5 + 6 = 1 \end{cases}$$

Resolvendo as equações acima, encontramos: x = 2 e y = – 5, então: x + y =

2 + (-5) = – 3

Gabarito: C

14) Solução:

M x M^{-1} = I, ou seja: $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$$\text{logo: } \begin{cases} a - c = 1 \\ 2c = 0 \\ b - d = 0 \\ 2d = 1 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema de equações acima, temos: c = 0; a = 1; d = 1/2 e b = 1/2. Logo: a + b + c + d = 1 + 0 + 1/2+ 1/2 = 2.

Gabarito: E

Aprofundando:

15) RESOLUÇÃO:

A matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ 2 X 3 representa a tabela 1, a matriz $B = \begin{bmatrix} 10 & 12 \\ 8 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ 3 X 2 representa a tabela 2 e a matriz C = B . A representa a quantidade de fechaduras usadas em cada modelo.

$$C = \begin{bmatrix} 10 & 12 \\ 8 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 78 & 86 & 100 \\ 56 & 64 & 72 \\ 36 & 38 & 46 \end{bmatrix}$$

Assim,

	Fechaduras por Modelo		
Tipo	**Básico**	**Luxo**	**Requinte**
Dourada	78	86	100
Prateada	56	64	72
Bronzeada	36	38	46

No modelo requinte, foram usadas 100 + 72 + 46 = 218 fechaduras.

Resposta: D

16) a) A maior temperatura da matriz é **40,5** — esse valor está registrado na 2ª linha e 4ª coluna. Sendo assim, podemos dizer que **40,5** corresponde ao elemento matricial $\mathbf{a}_{24}$. Logo, o instante i é 2, enquanto o dia j é 4. Podemos concluir que a maior temperatura do paciente ocorreu no 4° dia e no 2° instante.

As temperaturas do terceiro dia estão descritas na terceira coluna. Para calcular a média, devemos somá-las e dividir a soma por 3:

$$\mathbf{M = \frac{38,6 + 37,2 + 36,1}{3}}$$

$$\mathbf{M = \frac{111,9}{3}}$$

$$\mathbf{M = 37,3}$$

A média das temperaturas do terceiro dia é 37,3° C.

17) Solução. Não é necessário calcular todos os elementos da matriz produto. O elemento pedido é resultado da operação entre a linha 2 da matriz A e a coluna 3 da matriz B.

C_{23} = (3) . (2) + (1) . (2) + (4) . (1) = 6 + 2 + 4 = 12

Gabarito: D

18) Solução.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & y \\ x & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 & x \\ -3 & y & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^t . B = o \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & x \\ -3 & y & 2 \end{bmatrix} 2 \times 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} 3 \times 1 \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2.1 + 1.2 + x.1 \\ -3.1 + y.2 + 2.1 \end{bmatrix} 2 \times 1 \Rightarrow \begin{bmatrix} x + 4 \\ 2y - 1 \end{bmatrix} 2 \times 1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} 2 \times 1$$

$$\begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ 2y - 1 = 0 \Rightarrow 2y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Verificando as opções temos:

a) x + y = - 4 +1/2= - 3,5

b) x . y = (- 4) .1/2 = - 2

c) x/y = - 4/(1/2) = - 4.2 = - 8

d) x . y^2 = (- 4) .$(1/2)^2$ = (- 4) .1/4 = - 1

e) y/x = (1/2)/ - 4 = (1/2) / (- ¼) = -1/ 8

Logo, a opção correta é a letra D.

19) Temos matriz A:

Agora montamos as funções:

$$\frac{1}{4} + x^2 = 1$$

$$\frac{y}{2} + xz = 0$$

$$y^2 + z^2 = 1$$

Isolando x^2 na primeira equação:

$$\frac{1}{4} + x^2 = 1$$

$$x^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

$$x^2 = \frac{3}{4}$$

Isolando z na segunda equação:

$$\frac{y}{2} + xz = 0$$

$$xz = -\frac{y}{2}$$

$$z = -\frac{y}{2x}$$

Somando x^2 com y^2:

$$(x^2 + y^2) = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

$$(x^2 + y^2) = \frac{3}{2}$$

Gabarito: E

20) Para que possamos multiplicar a matriz L(1 x 6) por M, M deve possuir 6 linhas.
Matriz M:
|0 0 0 0 0 1|
|0 0 0 0 1 0|
|0 0 0 1 0 0|
|0 0 1 0 0 0|
|0 1 0 0 0 0|
|1 0 0 0 0 0|

Portanto L.M = $X_{(1x6)}$
$X_{(1x6)}$ = (1 0 0 1 0 1).
Gabarito: B

21) $a_{11} = 1$
$a_{12} = 1$
$a_{21} = -1$
$a_{22} = 1$; logo: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Então temos que achar uma matriz A^{-1}, tal que $AxA^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ logo:
$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

22) Solução:
Sendo a matriz "X" a matriz dos preços das frutas. Tem-se:

$M_{(3x3)} \,.\, X_{(3x1)} = N_{(3x1)}$

Como o determinante de M é não-nulo, este apresenta matriz inversa. Logo;

$X_{(3x1)} = M_{(3x3)}^{(-1)} .\, N_{(3x1)}$

Gabarito: D

23) Solução: De acordo com as informações do problema, temos:
$-\frac{11}{2}a + \frac{55}{2} = 0$, logo: $11 \times a = 55 \rightarrow a = 5$.

Gabarito: E

24) Solução: Calculando o determinante desta matriz, obtemos:
(sen(x).cos(x) + sen(x)) – (sen(x).cos(x) + cos²(x)) = sen(x).(1 – cos²(x)) = sen(x),sen²(x) = sen³(x).
Gabarito: D

25) Solução. A matriz identidade de ordem 2 é $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Sendo M a matriz indicada e efetuando as operações, temos:

I) $M - hI = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} - k\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -k & 0 \\ 4 & -0 & 5-k \end{bmatrix}$

II) $\det \begin{bmatrix} -3 & -k & 0 \\ 4 & -0 & 5-k \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow (-3-k).(5-k)-(4).(0) =$
$\Rightarrow (-3-k).(5-k) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -3-k = 0 \Rightarrow k = -3 \\ 5-k = 0 \Rightarrow k = 5 \end{cases}$

Gabarito: C

26) Solução.
O produto A.X calcula a quantidade de Calorias, Vitamina C e Cálcio consumidos. Igualando esse produto a C, calculamos os valores de a, m e p. O produto B.X calcula o gasto em cada supermercado. Organizando essas informações, seja V a matriz que indica o gasto. Temos:
Gabarito:
$A.X = C \Rightarrow (4^{-1}.A) X = A^{-1}.C \Rightarrow I.X = A\text{-}1 .C \Rightarrow X = A\text{-}1 .C$
$V = B.X \Rightarrow V = B.A^{-1}.C$

Desafiando:
27) Solução:
a) O exercício pede para que calculemos a soma da diagonal principal da matriz A. Como não temos valor exato de "n" teremos de lidar com duas possibilidades:
• "n" ser **par**:
-1 + 1 = 0
-1 + 1 -1 + 1 = 0
O resultado sempre será 0.
• "n" ser **ímpar**:
(-1) + 1 + (-1) = -1
(-1) + 1 + (-1) + 1 + (-1) = -1
O resultado sempre será -1.
b) A quarta linha da Matriz A sabemos que será da forma (1 1 1 1...) portanto não precisamos nos preocupar com ela sendo o "1" fator neutro na multiplicação.
A segunda Coluna da Matriz B será (2 4 8 16...):
Portanto temos uma PG. No caso o exercício nos dá o SOMATÓRIO dos elementos desta coluna da PG. Precisaremos então para determinar o número de linhas descobrir qual o posicionamento deste último termo na PG.
$S_n = a1.(q^n - 1)/(q - 1)$, logo:, teremos que: $4094 = 2.(2^n - 1)/(2-1) \rightarrow 2^{n+1} - 2 = 4094 \rightarrow 2^{n+1} = 4096 \rightarrow 2^{n+1} = 2^{12}$,
logo: $n + 1 = 12 \rightarrow n = 11$

28) Solução:

a) $A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e

$A^3 = A^2 \times A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) Como: $A^n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, temos que: $A^{k2} - A^{5k} + A^6 =$

$\begin{pmatrix} 1 & k^2 - 5k + 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, logo:

$k^2 - 5k + 6 = 0$, ou seja, $k = 2$ ou $k = 3$.

29) Solução:

Sendo $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ e $A^t =$
$\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow I^2 = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,
logo:

$A^{-1} + A^t - I^2 = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$
$\begin{pmatrix} -8 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$.

ORIENTADOR METODOLÓGICO

Matrizes: determinantes e sistemas lineares

Objetivos:

• Compreender a construção, lei de formação e classificação de uma matriz;

• Realizar operações com matrizes;

• Estudar as matrizes quadradas, com o cálculo do determinante e a obtenção da matriz inversa;

• Compreender a classificação e os métodos de resolução de sistemas lineares;

• Resolver problemas envolvendo matrizes, determinantes e sistemas lineares.

Praticando:

1) Solução:

a) Det = 3 x 8 – (-1x5) = 24 + 5 = 29

b) Det = (-6 +1 + 0) – (-5 + 2 + 0) = - 5 + 3 = -2.

2) Solução:

$a_{11} = 1$; $a_{12} = 0$; $a_{13} = -1$;

$a_{21} = 3$; $a_{22} = 2$; $a_{23} = 1$;

$a_{31} = 5$; $a_{32} = 4$; $a_{33} = 3$;

logo: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, então: Det A = (6 + 0 – 12) – (- 10 + 4 + 0) = - 6 + 6 = 0

3) Solução:

a_{11} (1=1) então a_{11} = 3.1 + 1 = 4

a_{12} (1 < 2) então a_{12} = 2

a_{21} (2 >1) então a_{21} = 3.2 + 1 = 7

a_{22} (2=2) então a_{22} = 3.2 + 2 = 8

Assim, nossa matriz fica

$A = \begin{pmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \end{pmatrix}$

$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$

E o Determinante fica

$\det(A^t) = \det(A) = (8 \times 4) - (2 \times 7) = 18$

4) Solução:

Multiplicando – se as duas raízes, obtemos: $\begin{bmatrix} 10 + x & -2 \\ 5x - y & -3x - 4 \end{bmatrix}$, e somando seus elementos, obtemos a equação: 2x + 4 = 10 (utilizando a informação do problema). Logo: x = 3. E calculando o determinante de cada matriz e utilizando a informação da letra b, obtemos a equação: (- x – 2) + (20 + 3y) = 18, ou seja, (- 3 – 2) + (20 + 3y) = 18 $\rightarrow$ 3y = 3 $\rightarrow$ y = 1.

Portanto, temos: x = 3 e y = 1.

5) Solução:

Calculando o determinante, encontramos a equação: $2.\cos^2 a - (-2.\text{sen}^2 a) = 2.(\cos^2 a + \text{sen}^2 a) = 2.1 = 2$.

Gabarito: D

6) Solução:

Sendo A, a quantidade de acertos e E a quantidade de erros, temos as seguintes equações:

$\begin{cases} A + E = 20 \\ 10.A - 5.E = 50 \end{cases}$, resolvendo este sistema, obtemos: A = 150/15 = 10, logo: E = 10 (verifique).

Gabarito: C

7) Solução:

Sendo x, a quantidade de filhos do Jorge e y, a quantidade de ingressos, temos:

$\begin{cases} 4x + 5 = y \\ 6x - 5 = y \end{cases}$

Resolvendo este sistema de equações, obtemos: x = 5 e y = 25.

Logo: Jorge ganhou 25 ingressos.

Gabarito: B

8) Solução:

Sendo: Luis = L e Maria = M, teremos as seguintes equações:

L+M = 104

M = 3L+12

Substituindo M na primeira

L + 3L + 12 = 104

4L = 104 - 12

4L = 92

L = 92/4

L = 23

Gabarito: A.

9) Solução:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 2x + 3ay = 7 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, ou seja, subtraindo a equação de baixo pela equação de cima, temos: 3y (a – 1) = 2. Como o sistema é determinado, então: a – 1 ≠ 0, logo: a ≠ 1.

Gabarito: E

10) Solução:

$$\begin{cases} x + my + z = 0 \\ mx + y - z = 4 \\ x - z = 2 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema acima, temos: somando as duas primeiras equações, temos que: x (m + 1) + y (m + 1) = 4, ou seja: m + 1 ≠ 0, logo: m ≠ -1. Além disso, da terceira equação, temos que x = z + 2. Substituindo este valor nas duas primeiras equações, teremos:

$\begin{cases} my + 2z = -2 \\ z(m-1) + y = 4 - 2m \end{cases}$, resolvendo este sistema, concluímos que: 4 – 2m ≠ 0, logo: m ≠ 2.

Gabarito: D.

11) Solução:

Sendo: C → Carlos; B → Bidu; A → Andréia, temos:

$\begin{cases} C + B = 87 \\ C + A = 127 \\ A + B = 66 \end{cases}$, e subtraindo as duas primeiras equações, temos que: A – B = 40. Somando esta nova equação com a terceira, obtemos: 2.A = 106, logo: A = 53. Com isso, descobrimos os pesos de B e C, sendo B = 13 e C = 74.

Gabarito: E

Aprofundando:

12) Resposta: x = - 2 ou x = 1

13) Resposta: 13

14) E

15) Solução: Sendo:
A = quantidade de cédulas de 1
B = quantidade de cédulas de 5
C = quantidade de cédulas de 10

Obtemos as seguintes equações:
A+B+C = 92
A=C
B=?

Como A=C, temos que A + B + A = 92, B = 92 - 2A

A + 5B + 10C = 500

Como A = C e B = 92 - 2A, temos que :

A + 5 (92 - 2A) + 10A = 500
A - 10A + 10 A = 500 - 460
A = 40
B = 92 - 2A
B = 92 - 80
B = 12
Resposta: 12 cédulas de 5 reais
Gabarito: A

16) Solução. Considerando p, g e m o número, respectivamente, de patos, galinhas e marrecos comprados, temos:

$$\begin{cases} p + g + m = 50 \rightarrow x(-5) \\ 12p + 5g + 15m = 440 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -5p - 5g - 5m = -250 \\ 12p + 5g + 15m = 440 \end{cases} \Rightarrow 7p + 10m = 190 \Rightarrow m = \frac{190 - 7p}{10}.$$

Repare que m é um número inteiro e positivo. Logo, (190 – 7p) deve ser múltiplo de 10. Então, p deve ser múltiplo de 10. Substituindo valores e observando que p > m, temos:

$p = 10 \Rightarrow m = \frac{190 - 7(10)}{10} = \frac{190 - 70}{10} = \frac{120}{10} = 12 \rightarrow p < m$ (não!)

$p = 20 \Rightarrow m = \frac{190 - 7(10)}{10} = \frac{190 - 140}{10} = \frac{50}{10} = 5 \rightarrow p < m$ (ok!)

$p = 30 \Rightarrow m = \frac{190 - 7(30)}{10} = \frac{190 - 210}{10} = \frac{-20}{10} < 0 \rightarrow$ (não!)

Gabarito: B

17) Solução:

Você sabe que ele andou pelo perímetro todo do muro interno e externo e mais a ponte, então você vai passar o muro interno para as medidas de lado A e B e a ponte tem tamanho L que é igual em todos os lados entre os muros, logo a conta vai ficar:

1 volta no muro externo + ponte + 1 volta no muro interno = 5320

[(L + A + L) + (L + B + L) + (L + A + L) + (L + B + L)] + L + [A + B + A + B] = 5320

2x(A + 2L) + 2x(B + 2L) + L + 2A + 2B = 5320

Fazendo o mesmo para agora 2 voltas no muro externo:

2x[(L + A + L) + (L + B + L) + (L + A + L) + (L + B + L)] + L + [A + B + A + B] = 8120

4x(A + 2L) + 4x(B + 2L) + L + 2A + 2B = 8120

Agrupando todos os termos vai chegar no sistema:

4A + 4B + 9L = 5320

6A + 6B + 17L = 8120

Como você quer descobrir o L e não A e B, você pode agrupá-los como se fosse uma varíavel e assim não vai precisar calculá-los:

4(A+B) + 9L = 5320

6(A+B) + 17L = 8120

4 W + 9L = 5320

6 W + 17L = 8120

Agora basta isolar a variável L e calcular, chegando a L = 40.

Gabarito: B

18) Solução:

Mesa A = ocupada por 4 pessoas

Mesa B = ocupada por 2 pessoas.

Total de fregueses: 4A + 2B = 38

Total de mesas: A + B = 12

Arma-se o sistema a partir dessas 2 equações.

4A + 2B = 38

A + B = 12 x(-2)

4A + 2B = 38

-2A - 2B = -24

soma-se essas duas equações encontrando:

2A = 14

A = 7

Se A + B = 12, então:

7 + B = 12

B = 5

Resposta: 5 mesas são ocupadas por 2 pessoas.

Gabarito: B

19) Solução:

Multiplicando a primeira equação por 2 e a segunda por 3, e somando as duas, obtemos a seguinte equação:

5x +13y = 70.

Somando a segunda a equação com a terceira, obtemos a equação: x + y = 6. Resolvendo o sistema de equações: $\begin{cases} 5x + 13y = 70 \\ x + y = 6 \end{cases}$, obtemos: x = 1 e y = 5. Com isso, substituindo esses valores em qualquer uma das três equações do sistema, obtemos z = - 6. Logo:

X + y + z = 1 + 5 – 6 = 0

Gabarito: A

20) A

21) A

Desafiando:

22) Solução:

Se é dito que para cada maçã havia tangerinas, significa que se houver maçã haverá tangerinas, ou seja, o número de tangerinas é o dobro do número de maçãs;

t = 2.m

Esta é a primeira equação do nosso sistema.

Se é o número de dúzias de tangerinas, é o número de dúzias de maçãs e é o número de dúzias de pêras, a soma destes números dará a quantidade total de dúzias:

t + m + p = 90

Esta é a segunda equação do sistema.

Se t é a quantidade de dúzias de tangerinas, ao multiplicarmos por 12 este valor 4 teremos a quantidade de tangerinas. Se dividirmos a quantidade de tangerinas por teremos a quantidade de lotes de tangerinas. O mesmo raciocínio para os outros e teremos:

$\frac{12t}{6}$ lotes de tangerinas

$\frac{12t}{6}$ lotes de maçãs

$\frac{12t}{4}$ lotes de peras

Portanto, a quantidade de lotes é

$$\frac{12t}{6} + \frac{12t}{6} + \frac{12t}{4}$$

Se multiplicarmos esta quantidade total de lotes pelo preço de cada lote, teremos o valor conseguido na venda:

$$\left(\frac{12t}{6} + \frac{12t}{6} + \frac{12t}{4}\right) . 0{,}50 = 105.$$

Esta é a terceira equação do nosso sistema.

Com estas três novas equações, se você resolver, terá como resposta m = 20, t = 40 e p = 30.

23) Solução:

Sendo: x = 1, teremos o sistema:

$\begin{cases} cy + y = -1 \\ c + y = -1 \end{cases}$, logo: $cy + y = c + y \rightarrow cy = c \rightarrow c.(y - 1) = 0.$

Como $c \neq 0$, então: $y - 1 = 0 \rightarrow y = 1$. Substituindo este valor em qualquer equação acima, encontramos: C = -2.

1

Gabarito: B

0

24)

a) Temos que $B^T = (p \quad 0 \quad q)$ e o produto de matrizes $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & p \\ 1 & p & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p \\ 0 \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p+q \\ p+pq \\ p+q \end{pmatrix}$.

Assim, $B^T \cdot AB = (p \quad 0 \quad q) \cdot \begin{pmatrix} p+q \\ p+pq \\ p+q \end{pmatrix} = (p^2 + 2pq + q^2) = \left[(p+q)^2\right]$ que é maior ou igual a zero para quaisquer p e q reais.

b) O sistema linear $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B$ pode ser escrito na forma $\begin{vmatrix} x + z = p \\ x + 2y + pz = 0 \\ x + py + z = q \end{vmatrix}$ que pode ser representado na forma da matriz completa

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & p \\ 1 & 2 & p & 0 \\ 1 & p & 1 & q \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & p \\ 0 & 2 & p-1 & -p \\ 0 & p & 0 & q-p \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & p \\ 0 & 1 & \frac{p-1}{2} & -\frac{p}{2} \\ 0 & 0 & \frac{p-p^2}{2} & q - p + \frac{p^2}{2} \end{pmatrix}.$$

O sistema admite infinitas soluções se, e somente se,

$$\left| \begin{array}{l} \frac{p-p^2}{2} = 0 \\ q - p + \frac{p^2}{2} = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{c} (p = 0 \text{ ou } p = 1) \\ \text{e} \\ q = p - \frac{p^2}{2} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{c} (p = 0 \text{ e } q = 0) \\ \text{ou} \\ \left(p = 1 \text{ e } q = \frac{1}{2}\right) \end{array} \right. .$$