ORIENTADOR METODOLÓGICO

Múltiplos e divisores

Objetivos:

- Conhecer os critérios de divisibilidade;
- Compreender os concertos de números primos e compostos;
- Saber calcular o MMC e o MDC dos números.

Praticando:

1) D

2) 1

3) 80 pacotes

4) A

5) B

6) C

7) C

8) A – 33

9) D – 41

10) A – 12

11) B – 6 minutos, 9 voltas, 10 voltas e 12 voltas.

12) E

13) D

14) C

15) E

Habilidades do ENEM:

16) Como x e y são números racionais menores que 1, ao serem multiplicados irão gerar um valor que será menor que ambos. Logo:

$0 < x.y < x$, ou seja, entre 0 e x.

Gabarito: B

Aprofundando:

17) D

18) R = 6

19) 4

20) B

21) D

22) C

23) A

Desafiando:

24) demonstração

25) De acordo com o algoritmo, temos:

$a = 0{,}375x8 + X = X + 3$. Como a é divisível por 8, então: $X + 3 = a + 8 \rightarrow X = a + 5$.

Gabarito: E

ORIENTADOR METODOLÓGICO

Conjuntos: quais os principais conjuntos numéricos?

Objetivos de aprendizagem:

• Compreender a noção intuitiva de conjuntos0, o plano cartesiano ortogonal e a noção de relação;

• Diferenciar a relação de pertinência e inclusão em conjuntos;

• Identificar os subconjuntos de um conjunto, conjuntos numéricos, intervalos abertos e fechados e os elementos do par ordenado;

• Realizar as operações com conjuntos, intervalos e o produto cartesiano;

• Resolver problemas envolvendo conjuntos, com aplicações no dia a dia, através da utilização de diagramas e exercícios de intervalos, produtos cartesianos e relações.

Praticando

1) a) V

b) V, pois o elemento deste conjunto também é elemento do conjunto A

c) V, pois os elementos deste conjunto também são elementos do conjunto A

d) V, pois o elemento deste conjunto também é elemento do conjunto A

e) V

f) F, pois o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto

g) V, pois todo conjunto é subconjunto dele mesmo.

2) a) Como o conjunto A possui 3 elementos, então: $P(A) = 2^3 = 8$ subconjuntos

b) Neste caso, o conjunto A possui 5 elementos, logo: $P(A) = 2^5$ subconjuntos

3) a) $A \cap B = \{0,2\}$

b) $AUC = \{0,1,2,3,4,7,8\}$

c) $BUD = \{0,2,3,4,5\}$

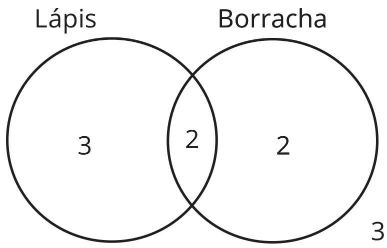
d) $(A \cap B)UC = \{0,2\}U\{1,3,7,8\} = \{0,1,2,3,7,8\}$

4) Como o conjunto A possui 255 subconjuntos não vazios, então ele possui um total de 256 subconjuntos. Sendo n, a quantidade de elementos do conjunto A, então:

$2n = 256 \rightarrow 2n = 28 \rightarrow n = 8$. Logo o conjunto A, terá 8 elementos.

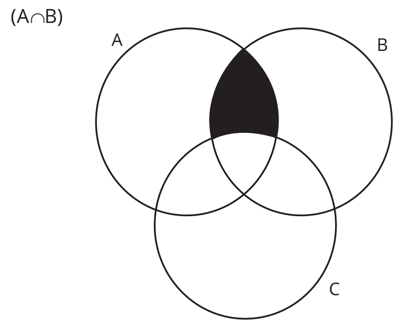
Gabarito: C

5)

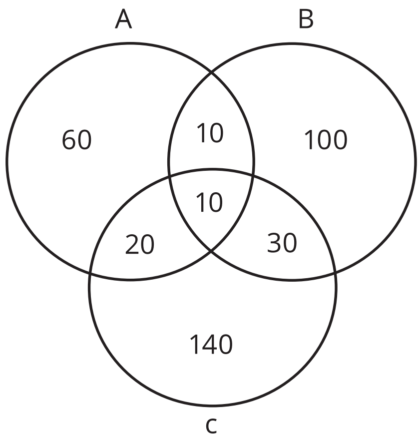


De acordo com o diagrama acima, não há lápis e nem borracha em exatamente 3 caixas.

6) A região considerada seria:



7)



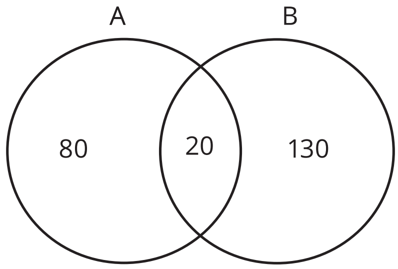
De acordo com o diagrama acima, temos:

a) (100 + 130 + 140) + 130 = 370 + 130 = 500 pessoas

b) 10 + 20 + 30 = 60 pessoas

c) 500 – 150 = 350 pessoas

8)



Total de pessoas consultadas foi igual a: 80 + 20 + 130 + 110 = 340 pessoas

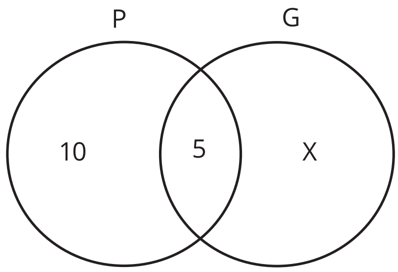
9) a) $(P \cap Q) - R = \{3\}$

b) $(P \cup Q) \cap R = \{2, 5, 7\}$

c) $(P \cup R) - Q = \{4, 5, 6\}$

d) $(Q \cap R) \cup P = \{2, 3, 4, 5, 7\}$

10)



$10 + 5 + X = 32 \rightarrow X = 32 - 15 \rightarrow X = 17$ alunos

Gabarito: B

11) a) $\{X \in IR \ / \ 6 \leq X \leq 10\}$

b) $\{X \in IR \ / \ -1 < X < 5\}$

c) $\{X \in IR \ / \ -6 < X \leq 0\}$

d) $\{X \in IR \ / \ X \geq 0\}$

12) a) 

b) 

c) 

d) 

13) a) $\{x \in IR/2 \leq x \leq 4\}$

b) $\{x \in IR/x \geq 1\}$

14) I) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2$. Ou seja, pode gerar sim um número racional (F)

II) Se $b = -a$, então: $a + b = 0$ (F)

III) Se $a = b$, então: $a - b = 0$ (V)

Gabarito: E

15) a) (V) Todo inteiro é racional

b) (V)

c) (F) 2/3 é racional, mas não é inteiro

d) (V) Todo inteiro é racional

e) (V) Toda dízima periódica pode ser escrita na forma de fração, logo será racional.

16) $A = [a, b] = \{X \in IR \ / \ a \leq X \leq b\}$

Gabarito: D

17) O maior valor da fração X/Y ocorrerá quando X assumir o seu maior valor e Y o seu menor valor, logo:

$X/Y = 10/20 = 1/2$

Gabarito: D

18) $C = 7/3 \cong 2{,}33$; $b \cong 2{,}05$; $a = 2{,}01$. Logo: $a < b < c$

Gabarito: A

19) $N(A \times B) = N(A).N(B) = 6$

Como: (2,1); (2,3); (4,5) são elementos de A X B, logo:

A = {2, 4} e B = {1, 3, 5}. Com isso:

A X B = {(2,1); (2,3); (2,5); (4,1); (4,3); (4,5)}

20) $N(A) = x + 1$ e $N(B) = x - 2$

$N(A \times B) = 40$

$N(A \times B) = N(A).N(B) = (x + 1).(x - 2)$

$X^2 - X - 2 = 40 \rightarrow X^2 - X - 42 = 0$

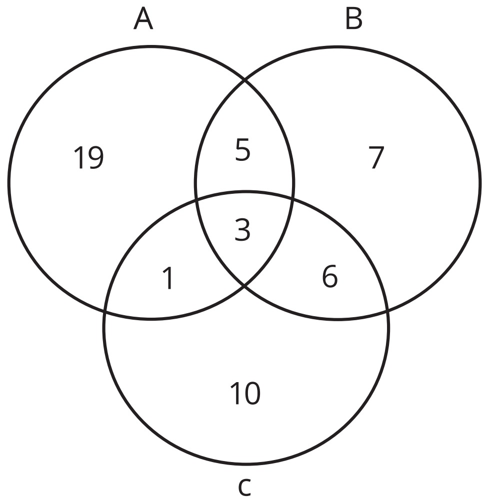
Resolvendo esta equação do 2º grau para valores de $x > 0$, obtemos:

$X = 7$

Aprofundando:

21) Gabarito: A

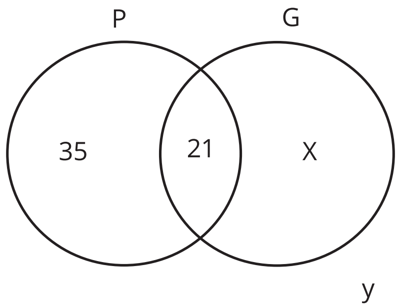
22)



$N((A \cup B) \cap C) = 6 + 3 + 1 = 10.$

Gabarito: B

23)



$X + 35 = 106 \rightarrow x = 71$

$Y + 35 = 66 \rightarrow y = 31$

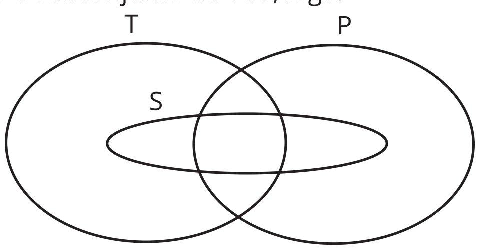
Logo: $n = 35 + 21 + x + y$

$n = 35 + 21 + 71 + 31$

$n = 158$

Gabarito: C

24) S é subconjunto de TUP, logo:



Gabarito: E

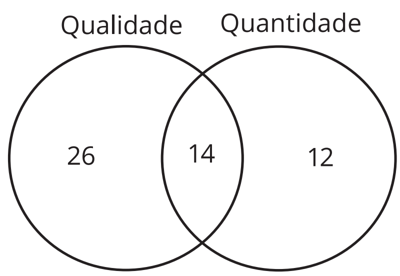
25)

Estrangeiros			
Fumantes		Nao Fumantes	
Homens	Mulheres	Homens	Mulheres
5	6	8	7
Soma: 11		Soma: 15	
Soma: 26			

Brasileiros			
Fumantes		Nao Fumantes	
Homens	Mulheres	Homens	Mulheres
20	16	31	29
Soma: 36		Soma:	
Soma: 96			

De acordo com os dados da tabela acima, temos o valor de: 29.
Gabarito: B

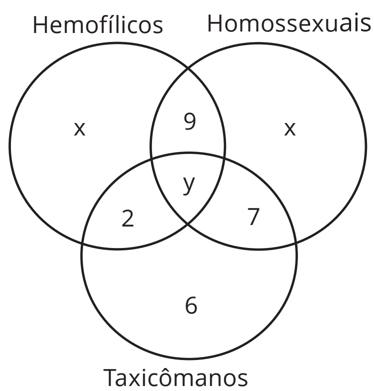
26)



Logo: Reprovadas: 26 + 14 + 12 = 52 caixas

Então sobraram 100 – 52 = 48 caixas que foram aprovadas nos dois testes.

27)



41 são homossexuais e temos no total 75 pacientes, ou seja:

$9 + y + 7 + x = 41$; $2x + 3y + 24 = 75$

$y + x = 25$ $2x + 3y = 51$

Resolvendo o sistema de equações, temos:

$Y = 1$ e $X = 24$

Gabarito: 1 paciente.

28) C

29) D

30) a) $\{x \in IR / 4 \leq x < 8\}$

b) $\{x \in IR / x > 0\}$

c) $]3,10]$

d) $[5,+\infty[$

e) $\{x \in IR / -6 < x \leq -2\}$

f) $\{x \in IR / x \geq -3\}$

31) a) $AUB = [-1, 7]$; $A \cap B = [2, 3]$ e $A - B = [-1, 2[$

b) $AUB =]-\infty, +\infty[$; $A \cap B = [3, 5[$ e $A - B = [3, 5[$

32) a) $A \cap B \cap C =]-4, 1[$

b) $AUBUC =]-\infty, 5]$

c) $(AUB) \cap C =]-4, 1[$

33) $\{x \in IR / 3 < x \leq 7\}$

Gabarito: A

34) n(AxB) = n(BxA) = 3.4 = 12 elementos.

AxB = {**(0,0)**; **(0,2)**; (0,4); (0,5); (1,0); (1,2); (1,4); (1,5); **(2,0); (2,2);** (2,4); (2,5)}

BxA = {**(0,0)**; (0,1); **(0,2); (2,0);** (2,1); **(2,2);** (4,0); (4,1); (4,2); (5,0); (5,1); (5,2)}

Os elementos marcados são os elementos comuns aos dois conjuntos. Logo:

n(AxB U BxA) = 12 + 12 – 4 = 20 elementos.

Gabarito: D

35) $(m + 2n, m - 4) = (2 - m, 2n)$

$m + 2n = 2 - m \rightarrow m + n = 1$

$m - 4 = 2n \rightarrow m = 2n + 4$. Substituindo na equação de cima, temos:

$2n + 4 + n = 1 \rightarrow 3n = -3 \rightarrow n = -1$, logo: $m = -2 + 4 = 2$.

Logo: $m.n = 2.(-1) = -2$.

Gabarito: A

36) Se $(a, -b) \in 2^o$ quadrante, então: $a < 0$ e $b < 0$. Logo:

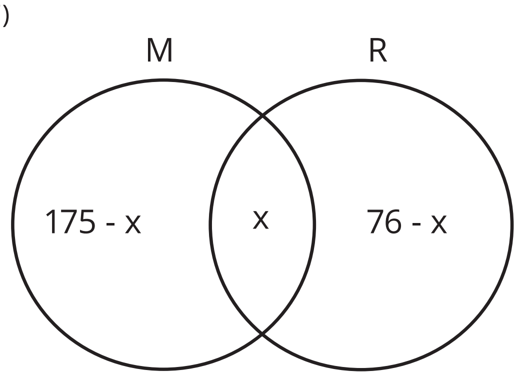
$(-a, b) \in 4^o$ quadrante

$(-a, -b) \in 1^o$ quadrante

Gabarito: D

Desafiando:

37)



$(175 - X) + X + (76 - X) = 219$

$251 - X = 219$

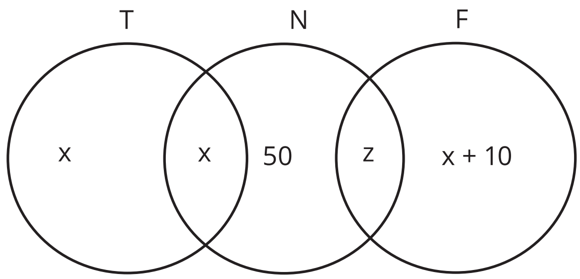
$X = 251 - 219$

$X = 32$

Logo: Apenas por redação será 76 – 32 = 44 candidatos

Gabarito: D

38)



$50 + Z + Y = 85 \rightarrow$

$Z + Y = 35$ (I)

$X + Y = 17$ (II)

$Z + X = 28$ (III)

Fazendo: (I) – (II): $Z - X = 18$ (IV).

Somando as equações (III) e (IV): $2.Z = 46 \rightarrow Z = 23$, logo: $X = 5$ e $Y = 12$.

Para as aulas de futebol e natação, temos: $Z = 23$.

39) De acordo com o gráfico, temos que:
A = (2, 4] U {5}
B = (2, 5)
Gabarito: C

Habilidade da BNCC:
40) Gabarito: C

ORIENTADOR METODOLÓGICO

Matemática financeira

Objetivos de aprendizagem:

• Compreender o significado da representação de uma porcentagem;

• Calcular porcentagens e aprender a utilizar fatores de atualização;

• Diferenciar porcentagens em relação a bases diferentes de valores;

• Aprender os conceitos e diferenças entre juros simples e compostos;

• Identificar e calcular o valor do dinheiro no tempo através dos juros.

Praticando

1) ¼ de salários + 1/5 de impostos + 25% de matéria prima + Lucro = 100%

25% + 20% + 25% + L = 100%

L = 30%.

Gabarito: D

2) Vamos identificar as contribuições de cada familiar do Zezinho:

I. Tio = 1/5 = 20/100 = 20%

II. Avó = 18%

III. Tia = 0,12 = 12/100 = 12%

– Total (Tio + Avó + Tia) = 20% + 18% + 12% = 50%

– Como Zezinho já recebeu o valor de 50% do computador, então a porcentagem que os pais do Zezinho deverão assumir na compra do computador é de 50%.

Gabarito: 50%

3) 400 pessoas, onde:

30% de homens, logo: teremos 70% de mulheres

Ou seja: 120 homens 280 mulheres;

65% das mulheres tem mais de 20 anos, logo: 35% das mulheres tem menos de 20 anos;

35% de 280 = (35/100)x280 = 98

Gabarito: E

4) A

5) E

6) D

7) B

8) A

9) Ensino Médio:

(54/112).100 = 48,21%

Gabarito: B

10) Soma os que não votaram nele = 9,5% + 9,2% = 18,7% – 100% = 81,3% votaram nele.

81,3 ---- 100%

54,3 ---- x

x=4414,59/100

x=44,14%

Gabarito: 44,14%

11) E

12) Sendo x a quantia procurada, temos:

Gastou 20% de x e mais 5% do que sobrou, ou seja, 5% de 80% de x e ainda sobrou 152,00.

0,20.x + 0,05.0,80.x + 152 = x

X – 0,20.x – 0,04.x = 152

X – 0,24.x = 152

0,76.x = 152

X = 152/0,76

X = 15200/76

X = 200,00

Como o presente custou 4% do total,

Presente = 0,04 . 200 = 8

Gabarito: R$ 8,00

13) D

14) B

15) Entrada de R$300. Logo o valor financiado será de R$900 (R$1200-300).

Agora é só aplicar juros compostos.

$VF=VA(1+i)^2$

VF = valor que você vai pgar no final = R$1089,00

VA = valor que você deveria pagar = R$ 900,00

i = taxa de juros

Assim,

$1089=900(1+i)^2$

$1089/900=(1+i)^2$

$1,21=(1+i)^2$.

Extraindo a raiz quadrada temos: 1,1 = 1+i,

Logo i=0,1 ou 10%

Gabarito: A

16) Ao fim do primeiro ano os 10000 foram acrescidos de 20%, chegando a R$ 12.000,00.

Ele pagou 4000, ficando 8000 para o ano seguinte.

Mas durante esse segundo ano, novos juros foram aplicados, ou seja, mais 20% incidentes nos 8000, ou seja, 1600, chegando assim a R$ 9.600,00.

Gabarito: E

17) Como a cada período ele ganha 10% e retira 20% do valor acumulado, então ele permanece sempre com 10% a menos do valor do período anterior, ou seja:

$20.000 \times (0,90)^n \geq 15.000$

(9/10) n ≥ 3/4

N = 2

Gabarito: D

18) 15% de 400 = 15x4 = 60. Logo, ele obteve um desconto de 60,00, pagando o valor de 400 – 60 = 340,00.

50% de 340 = 170,00. Logo ele deseja arrecadar o valor de 340 + 170 = 510,00. Mesmo concedendo um desconto de 25% sobre o valor final do produto, ele pretende arrecadar 510,00. Ou seja:

75% do preço = 510

0,75.x = 510

X = 510/0,75

X = 680,00

Gabarito: B

19) Com o desconto de 15%, será pago o valor de R$ 1.530,00. Logo, o valor sem desconto é:

(1530/0,85) = 1800

Com o desconto de 7%, será pago o valor de R$ 2.790,00. Logo, o valor sem desconto é:

(2790/0,93) = 3000.

Portanto, o desconto percentual médio total obtido é:

1 – (4320/4800) = 1 – 0,9 = 0,1 = 10%

Gabarito: B

20) $M = 15000.(1 + 0,20)^3$

M = 15.1728

M = 25920,00

Gabarito: B

Aprofundando:

21) NÃO. Entre 50 eleitos, 12 vereadores equivalem a 24% (ou 11 vereadores equivalem a 22%).

22) Temos 99 homens e 1 mulher na sala.

Chamaremos o total de pessoas presentes na sala de x.

Como queremos saber o total de homens, e só tem uma mulher, iremos representar por x – 1 (total de pessoas – a única mulher).

Logo:

x ------ 100%

x – 1 ---- 98%

98x = 100x - 100

x= 50

O total de pessoas é 50.

Temos 1 mulher.

Portanto, temos 49 homens. Em outras palavras, 50 homens precisam sair.

23) O comprimento original do peixe corresponde a x. Como, após ameaçado, x aumenta 50 vezes, o peixe passa a ter o seguinte comprimento:

x + 50x = 1,53 m

51x = 153,00 cm

x = 3,00 cm

Gabarito: C

24) Analisando o gráfico, é possível verificar que 56% dos estudantes entrevistados possuíam telefone móvel. Logo, 56% do total de entrevistados (14900) é igual a 8344. Para isso, devemos calcular a proporção dessa porcentagem de entrevistados utilizando a multiplicação.

56% . 14900=

56/100 . 14900=

0,56 . 14900 =

8344

Gabarito: D

25) X = 63.0,80

x = 50,4

Gabarito: E

26) Se 250.00 representam a totalidade da população de Porto Alegre, então os desempregados (9,8) são:

250.000.(9,8/100) = 24.500

Gabarito: A

27) Como o gráfico está em mil pessoas, o número de pessoas economicamente ativas em 05/09 é de:

23020 mil = 23.020.000 pessoas.

O crescimento é de 4% do dia 05/09 para o dia 06/09:

0,04 x 23.020.000 = 920800 de aumento.

Assim, o total de pessoas economicamente ativas em 06/09 é de 23.020.000 + 920.800 = 23.940.800 pessoas.

Gabarito: D

28) Chamando a área inicial de X, teremos:

X. (0,70).(1,40) = X.(0,98)

Ou seja, 2% menor

Gabarito: D

29) inicialmente teríamos os seguintes percentuais relativos aos 23.000 ingressos divididos pelos três grupos:

30% para a torcida organizada local: 0,30 x 23.000 = 6.900

10% para a torcida do time rival: 0,10x23.000 = 2.300

60% (que é o restante, pois 100% – 40% = 60%) para os espectadores não filiados às torcidas = 0,60 x 23.000 = 13.800.

Note, a propósito, que a soma dá exatamente os 23.000 ingressos, pois:

6.900 + 2.300 + 13.800 = 23.000.

Contudo, em vez dos 23.000 ingressos, foram colocados à venda apenas 20.000, pois foram retirados 3.000 ingressos, sendo 1.000 ingressos de cada uma das torcidas, conforme acima especificado.

Assim, as novas quantidades de ingressos ficaram assim distribuídas:

Torcida organizada local: 6.900 - 1.000 = 5.900

Torcida organizada rival: 2.300 - 1.000 = 1.300

Demais espectadores: 13.800 - 1.000 = 12.800

SOMA TOTAL: --------------------------> = 20.000

Agora vem a pergunta: qual o novo percentual destinado aos torcedores não filiados?

Veja: conforme o quadro aí de cima, para saber isso, basta você dividir 12.800 por 20.000 e você terá o percentual. Assim, chamando esse percentual de "p", teremos;

p = 12.800/20.000 = 0,64 ou 64%

Gabarito: 64%.

30) a) O número de domicílios com condições adequadas é:

(1/4) x (1 – 0,04) x 1000.000 = 240.000

Gabarito: 240.000

b) Para que todos os habitantes tenham uma moradia adequada ao final de 10 anos, o número de domicílios deverá ser:

(1/4) x 1,1 x 1000.000 = 275.000

Assim, em 10 anos, deverão ser construídas:

275.000 – 240.000 = 35.000

Portanto, por ano, deverão ser construídos 3500 domicílios

31) Pessoas que entraram de graça no início:

700.(30/100) = 210 pessoas

Vamos equacionar. Agora, vamos chamar o número de pessoas que entram gratuitamente de "x". Logo,

nº total de pessoas = 700 + x

nº de gratuitos = 210 + x

nº de gratuitos = 1/2 nº total de pessoas

(210 + x) / (700 + x) = 1/2

x = 280 pessoas

Gabarito: C

32) Seja N o total de mercadorias

No 1º lugar, o mercador vendeu 10% de N. Logo, sobraram 90% N.

No 2º lugar, o mercador vendeu 20% de 90% de N; isto é, 18% N. Logo, sobraram 72% N. No 3º lugar, o mercador vendeu 50% de 72% de N; isto é, 36% N. Logo, sobraram 36% N.

No total, ele vendeu

0,1 N + 0,18 N + 0,36 N = 0,64 N = 64% de N

Seja N, o número de unidades iniciais. Temos que:

0,64 x 9 x N = 57600;

Seja P, o preço de cada unidade restante. Temos que:

0,36 x P x N = 57600;

Portanto, 0,36 x P = 0,64 x 9 $\rightarrow$ P = (64/36) x 9 $\rightarrow$ P = 16,00.

33) => Jo + Mo + Ao = 100.000,00

=> final do 1º ano, os capitais aplicados são acrescidos de 10% de juros:

J1 = 1,1 Jo

A1 = 1,1 Ao

M1 = 1,1 Mo

=> Antônia passou a ter R$11.000,00 mais o dobro do novo capital de João:

A1 = 11.000 + 2 x J1

A1 = 11.000 + 2 x (1,1 Jo)

A1 = 11.000 + 2,2 Jo

1,1 Ao = 11.000 + 2,2 Jo

Jo = (1,1 Ao - 11.000) ÷ 2,2

=> final do 2º ano, os capitais aplicados são acrescidos de 10% de juros:

J2 = 1,1 J1 = 1,1 x (1,1 Jo) = 1,21 Jo

A2 = 1,1 A1 = 1,1 x (1,1 Ao) = 1,21 Ao

M2 = 1,1 M1 = 1,1 x (1,1 Mo) 1,21 Mo

=> o novo capital de Antônia era igual à soma dos novos capitais de Maria e João:

A2 = M2 + J2

1,21 Ao = 1,21 Mo + 1,21 Jo

$\rightarrow$ Ao = Mo + Jo

=> na equação: Jo + Mo + Ao = 100.000,00, substitui-se "Mo + Jo" por "Ao":

Jo + Mo + Ao = 100.000,00

Ao + Ao = 100.000,00

Ao = 50.000,00

=> substituindo-se o valor de "Ao" na equação "Jo = (1,1 Ao - 11.000) ÷ 2,2"

Jo = (1,1 Ao - 11.000) ÷ 2,2

Jo = (1,1 x 50.000 - 11.000) ÷ 2,2

Jo = (55.000 - 11.000) ÷ 2,2

Jo = 44.000 ÷ 2,2

Jo = 20.000

=> Como "Jo + Mo + Ao = 100.000,00" e "Ao = 50.000" e "Jo = 20.000"

=> Mo = 30.000.

Gabarito: A

34) $(1 + x/100)^2 = 1 + 0,21$

$(1 + x/100)^2 = 1,21$

1 + x/100 = 1,1

x/100 = 0,10

x = 10%

Gabarito: A

35) Como se trata de dois aumentos sucessivos, temos:

1,38.C = 1,15.(1 + i).C

1,38 = 1,15 + 1,15.i

1,15.i = 1,38 – 1,15

I = 0,23/1,15

I = 0,20

I = 20%

Gabarito: C

36) Como se trata de um aumento de 30% seguido de um desconto de 20%, temos:

(1 + 0,30) x (1 – 0,20) x C = 1,30 x 0,80 x C = 1,04 x C

Ou seja: C + 0,04.C (aumento de 4%).

Gabarito: D

37) Para pagamento à vista, temos:

200 – 10% de 200 = 200 – 20 = 180;

Para pagamento a prazo, temos:

100 + 100 = 200,00. Ou seja, temos um acréscimo de 20,00 na segunda parcela em relação ao preço à vista. Logo:

Valor	Porcentagem
80,00	100%
20,00	x

80.x = 2000 $\rightarrow$ x = 2000/80

X = 25%

38) a) Após um mês, o saldo devedor será:

10.000 x (1,03) = 10.300. Como ele vai pagar 250,00, então seu saldo devedor após o primeiro pagamento seria:

10.300 – 250 = 10.050

b) Opção IV

39) Montante = Capital x (1+(taxa x tempo))

M = C(1+(i x n))

M=208.800,00

C = ?

i = 2%am = 0,02

n = 10m

208.800 = C(1+(0,02 x 10))

208.800 = C (1+0,2)

208.800 = C x 1,2

$$\frac{208.000}{1,2} = C$$

C = 174.000

Logo: “O valor financiado dos insumos pelo agricultor foi de R$ 174.000,00.”

Gabarito: B

40) De agosto de 2004 até agosto de 2005 temos 12 meses. De agosto de 2005 até dezembro de 2005 temos mais 5 meses. Portanto temos aí um total de 17 meses.

A fórmula para juros simples é:

J = C .i . n

Onde:

J = Juros produzidos no período

C = Capital inicial = 12.000

i = taxa de juros = 2 % a.m = 2/100 = 0,02 (na fórmula entra dividido por 100, pois é um percentual)

n = prazo = 17 meses

J = 12.000 . 0,02 . 17

J = 4.080,00

Estes R$ 4.080,00 são os juros gerados nesse período, acrescentando a isso os R$ 12.000,00 do capital inicial temos um saldo devedor total de R$ 16.080,00.

Gabarito: C

41) a) FALSA.

$M = Cx(1 + i)^n = 1000 \times (1 + 0,05) = 1050.$

b) FALSA.

$J = Cx(1 +0,05)^{10} – C = 1,63C– C = 0,63C > 0,5C.$

c) FALSA.

$M = Cx(1 + i)^n = Cx(1+0,05)^n = C \times 1,05^n.$

d) FALSA.

A = 2000 – 0,02 x 2000 x 3 = 2000 – 360 = 16400.

e) **VERDADEIRA**.

A = N – 0,02N = 0,98N

Gabarito: E

42) a) Na liquidação, devemos ter 1,5.C (1 – i) = 1,2.C, sendo i o desconto a ser concedido.

Logo, 1 – i = 1,2/1,5 ⇔ 1 – i = 0,8 ⇔ i = 0,2 = 20%

b) Após dois meses, o comprador deverá pagar pela compra o valor V = 1,5.c (1 + 0,1)2 ⇔ V = 1,815c, o que indica um lucro de 81,5% sobre o preço de custo.

43) Empréstimo: R$ 12.000,00

juros compostos: 5% ao mês.

2 meses pagou: R$ 7.230,00

Após dois meses, a dívida será de:12.000 x (1,05)2 = R$ 13.230

A pessoa paga: R$ 7.230,00. Fica um saldo devedor de R$ 6.000,00

(13.230 - 7.230 = 6.000)

Dois meses depois: $6.000 \times (1,05)^2$ = R$ 6.615

O valor do segundo pagamento é: R$ 6.615,00

Gabarito: D

44) $M = C.(1 + i)^t$

$13310 = C.(1,1)^3$

C = 13310/1,331

C = 10000

1 + i = x

$8000 = (6000/x) + (9000/x^2)$

$8000.x^2 = 6000.x + 9000$

8.x2 – 6.x – 9 = 0

$\Delta = (-6)^2 – 4.8.(-9) = 36 + 288 = 324$

X = 24/16 = 1,50

Logo:

1 + i = 1,50

I = 0,50 = 50%

45) C

EM1MAT03

Desafiando:

46) Chamaremos o preço por kWh de x e o consumo de energia, em kWh, de y.

O preço de Y kWh será dado por x.y. (y kWh vezes x reais por kWh).

Reajuste de 16% = 100% + 16% = 116% = multiplicar por 1,16

20% a mais = 100% + 20% = 120% = multiplicar por 1,20

Excedente = Consumo (y) - limite = y - 320

50% a mais sobre o excesso = preço do consumo + 50% do preço do excedente = x.y + 0.5.x.(y - 320).

Colocando tudo numa equação:

1,2.x.y = 1,16. (x.y + 0,5.x.(y - 320))

O lado esquerdo é 20% a mais do que teria sido o preço sem o limite e o reajuste, e o lado direito é o preço do consumo a mais com o limite e o reajuste. Pelo enunciado, eles têm de ser iguais, certo? Traduzindo a equação:

"120% do preço é igual a 116% de: preço mais 50% sobre o excedente do limite."

Certo. Agora é só resolver:

1,2.x.y = 1,16.(x.y + 0,5.x.(y - 320)) =>

1,2.x.y = 1,16.(x.y + ((x.(y - 320)) / 2)) =>

1,2.x.y = 1,16.(x.y + ((x.y – 320.x) / 2)) =>

1,2.x.y = 1,16.x.y + 0,58.x.y – 185,6.x =>

1,2.x.y = 1,74.x.y – 185,6.x => divide tudo por x =>

1,2.y = 1,74.y – 185,6 =>

185,6 = 0,54.y =>

343,7037037037... = y

O consumo de energia elétrica foi de aproximadamente 343 kWh. =>

Gabarito: B

47) Em janeiro, suponhamos que o total de vendas tenha sido de 200n ovos, sendo 100n de ovos brancos e 100n de ovos vermelhos. Como reduzir 10% corresponde a multiplicar por 0,9 e aumentar 20% corresponde a multiplicar por 1,2, pode-se resumir a evolução da quantidade de ovos vendidos a cada mês conforme a tabela abaixo:

Logo, o percentual de vendas dos ovos vermelhos vendidos em março corresponde a:

$$\frac{144n}{225n} = \frac{16}{25} = \frac{64}{100} = 64\%$$

Gabarito: A

48) P = 100 + 240/(1,1) + 220/(1,1)²

1,21P = 121 + 264 + 220

1,21P = 605

P = 500

49) Cada par é vendido por 30,00 e é com lucro de 20%. Então temos:

120 % 30,00

100% x

x = 3000 / 120 = 25,00

Mensalmente ele lucra : 30,00 - 25,00 = 5, 00 por sapato

2000 pares x 5,00 = 10.000,00 por mês

120.000 / 10.000 = 12 meses.

Gabarito: após 12 meses ele terá conseguido recuperar o investimento inicial que foi de R$ 120.000,00

50) Sendo X, o valor encontrado na vitrine sem o desconto e C o valor antes do reajuste de aumento, temos que:

X = C.(1 + i)

0,80.X = C

0,80.X = C.(1 + i).0,80

C = C.(1 + i).0,80

1 + i = 1/0,80

1 + i = 1,25

I = 1,25 – 1

I = 0,25

I = 25%

ORIENTADOR METODOLÓGICO

Grandezas, medidas e unidades

Objetivos de aprendizagem:

- Conhecer as principais unidades de medida de comprimento e suas conversões;
- Conhecer as principais unidades de medida de área e suas conversões;
- Conhecer as principais unidades de medida de volume e capacidade e suas conversões;
- Conhecer as principais unidades de medida de massa e tempo e suas conversões.

Praticando:

1) B

2) E

3) E

4) C

5) C

6) A

7) B

8) E

9) B

10) A

11) B

12) D

13) B

14) A

15) C

Aprofundando:

16) C

17) C

18) C

19) D

20) D

21) B

22) A

23) D

24) D

25) B

26) B

Desafiando:

27) D

28) B

ORIENTADOR METODOLÓGICO

Razões e proporções: como operar grandezas proporcionais

Objetivos de aprendizagem:

• Revisar o processo de fatoração de um número e os critérios de divisibilidade;

• Definir o significado de razões e proporções;

• Utilizar as noções de razão e proporção para apresentar o conceito de escala;

• Estabelecer relações entre grandezas diretamente ou inversamente proporcionais;

• Apresentar e aplicar as ferramentas da regra de três, simples e composta, em problemas.

Praticando

1) x = parte do Hagar

y = parte do acompanhante

x = 3y

x + y =28

4y = 28

y = 7

x = 3.7 = 21

Gabarito: D

2) De acordo com o texto temos:

45 bilhões de anos ----------------- 45 anos

15 bilhões de anos ----------------- x anos

x = 150 anos

Gabarito: B

3) Cálculo do gasto com gasolina para rodar 10 km. Comparando com o volume V, necessário para que rodem 10 km com álcool, temos:

Volume Quilômetros

V _______________ X

V'______________ 10

Logo, o valor em reais é igual a Pg (sendo Pg o preço de um litro de gasolina).

Ainda, do enunciado, para optar pelo álcool, devemos ter:

$$\frac{10}{x}\text{ Pg} > \text{V. Pg. } 0{,}7 \rightarrow x < \frac{10}{0{,}7}$$

Portanto, com igual volume de gasolina, o veículo rodaria no máximo cerca de 14km.

Gabarito: C

4) Lembrando que: 1 m = 100 cm, temos:

$$\frac{x}{15} = \frac{21}{42000} = \frac{1}{2000}$$

Gabarito: E

5) A escala nesse caso específico significa que para cada 1cm da medida do desenho há uma correspondência a 150cm = 1,5m da medida real.

Fazendo essa correspondência, temos:

Escala real .... Desenho

150..1

3600 x

Como as grandezas são diretamente proporcionais basta multiplicar em "cruz".

150x = 3600*1

150x = 3600

Dividindo a equação por 150 temos:

150x/150 = 3600/150

X = 24 cm

Escala real .... Desenho

150..1

2850 ....y

Como as grandezas são diretamente proporcionais basta multiplicar em "cruz".

150x = 2850.1

150y = 2850

Dividindo a equação por 150 temos:

150y/150 = 28500/150

Y = 19 cm

Logo, tirando 1cm de cada borda, serão 2cm de cada lado.

Temos que somar 2 centímetros a cada dimensão encontrada na resolução.

As dimensões são: 21 cm x 26 cm

Gabarito: D

6) Em uma escala 1:100 (um para cem) significa que cada 1 cm nessa escala, corresponde a 100 cm reais.

Ou seja, nessa escala, cada 1 cm, vale 1 m

Se a piscina tem 50m de comprimento e 25m de largura, então suas dimensões seriam 50x25 cm. Ou seja: 50 cm de comprimento e 25 cm de largura.

Gabarito: C

7) 2+3+5 = 10

10...70

2......x

x=14

10...70
3...y
y = 21

10.....70
5.....z
z=35

Portanto a soma entre a menor e a maior é.

35+14 = 49

Gabarito: B

8) Dividiremos 5600 em 2 partes A e B

Sr. Edson

A/(1/5) = K

A= K/5

Sr. Jose

B/(1/3)= k

B= k/3
somando
k/5+k/3 = 5600; mmc = 15
3k+5k=84000
8k= 84000
k= 84000/8
k= 10500

Sr. Edson pagou

k/5 = 10500/5= 2100

Sr. Jose

k/3= 10500/3 = 3500

Gabarito: B

9) Profundidade (m)	Pressão (atm)
100	10,4
D	P

P.100 = 10,4.D → P = 0,104.D

Gabarito: P = 0,104.D

10) total de laranjas: j + c + p = x

primeira parte da viagem:

$$\frac{j}{6} = \frac{c}{5} = \frac{p}{4} = k$$

então:
j = 6k
c = 5k
p = 4k

logo:

$$x = 6k + 5k + 4k = 15k \Rightarrow k = \frac{x}{15}$$

portanto (quantidade carregada na primeira parte da viagem):

$j = \frac{6x}{15}$

$c = \frac{5x}{15}$

$p = \frac{4x}{15}$

segunda parte da viagem:

$$\frac{j}{4} = \frac{c}{4} = \frac{p}{2} = k$$

então:

j = 4k
c = 4k
p = 2k

logo:

$$x = 4k + 4k + 2k = 10k \Rightarrow k = \frac{x}{10}$$

portanto (quantidade carregada na segunda parte da viagem):

$j = \frac{4x}{10}$

$c = \frac{4x}{10}$

$p = \frac{2x}{10}$

O enunciado diz que alguém carregou 50 laranjas a mais na segunda parte da viagem. Então, comparando as quantidades carregadas na primeira e na segunda parte da viagem constataremos que:

João: $\frac{4x}{10} = \frac{6x}{15}$

Carlos: $\frac{4x}{10} > \frac{5x}{15}$

Paulo: $\frac{2x}{10} < \frac{4x}{15}$

Com isso, sabemos que Carlos carregou 50 laranjas a mais na segunda parte da viagem.

Logo:

$\frac{4x}{10} - \frac{5x}{15} = 50 \Rightarrow x = 750$

portanto:

Paulo e Carlos carregaram: $\frac{4x}{10} = 300$

Paulo carregou: $\frac{2x}{10} = 150$

Gabarito: B

11) 60 palitos / 12 palmos = 5 palitos/palmo

5 palmos x 5 palitos/palmo = 25 palitos de largura.

Gabarito: 25 palitos.

12) se :

40 litros ------------------- 510km

52 litros ------------------- x

x = 52x510/40 = 663km

Gabarito: B

13) A solução mais direta é usar uma regra de três simples. A praça quadrada tem área igual a 100 m x 100 m = 10.000 m². Montando a regra de três, temos:

10.000 m² : 0,08 g

x (área da cidade) : 40 g

Onde x = 5.000.000 m².

Gabarito: E

14) A quantidade de ouro da aliança de 15 quilates é $\frac{15}{24} \cdot 4 = \frac{60}{24} = \frac{5}{2}$

$\frac{5}{2}$ Se acrescentamos y gramas de ouro o ouro é + x e o total seria 4 + x

Mas se é de 18 quilates: $\frac{18}{24}.(4+y) = \frac{5}{2} + y$. Ou seja :

18 (4 + y) = 60 + 24y

72 + 18y = 60 + 24y

6y = 12

y = 2.

Gabarito: C

15) 30% de 6000 = (30/100).6000 = 1800 litros de álcool, logo: 4200 litros de gasolina.

Porcentagem(%)	Litros
24	1800
100	X

24.x = 180000 → x = 180000/24 → x = 7500; logo: A quantidade de gasolina deve ser igual a 7500 – 1800 = 5700 litros → 5700 – 4200 = 1500 litros de gasolina ainda devem ser adicionados.

Gabarito: D

16) Vamos supor que a quantidade inicial de pombos seja igual a P, logo:

Kg/semana	Pombos
3,5	P
x	3.P

Resolvendo a regra de três simples acima, temos que:

x.P = 3,5. 3.P → x = 3,5.3 → x = 10,5 kg

Gabarito: C

17)

Operários		h/d		dias		comprimento (m)	
12	↓	10	↓	6	↑	20	↑
15	x	8		x		30	

$\frac{6}{x} = \frac{20}{30} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{15}{12}$

Resolvendo esta equação, obtemos:

X = 9 dias

Gabarito: 9 dias.

18) Pulseiras		Horas	
15	↑	5	↑
x		3	

$\frac{x}{15} = \frac{3}{5} \rightarrow x = 9$

Gabarito: 9 pulseiras. Letra A.

19) Regra de três simples:

5 gotas ----- 2 Kg

30 gotas ---- x

x = 12 kg

Gabarito: A.

20) O gasto diário da proposta (em reais) é de 4 x 1000 = 4000 com as máquinas, 12 x 10 = 120 com os trabalhadores trabalhando 6 horas por dia cada, um gasto diário total de 4120. A produção diária deve ser de 180 : 6 =30 hectares por dia, enquanto que a produção da proposta é de 20 hectares. O gasto diário permitido com o gasto total máximo pretendido pelo fazendeiro é de

25.000 : 6 = 4166,66 reais. Assim, o máximo de aumento permitido no gasto é de 4166,66 – 4120 = 46,66 reais. Logo não é possível fornecer máquinas a mais e apenas quatro trabalhadores a mais. Aumentando a jornada de 6 para 9 horas diárias (aumento de 3 horas em total de 6 corresponde a 50% de aumento), a produção diária sofreria um aumento de 50%, um aumento de 0,5 x 20 = 10 hectares por dia, totalizando, os 30 hectares diários necessários.

Gabarito: D

Aprofundando:

21) B

22) D

23) B

24) A

25) B

26) B

27) D

28) 42 km x 10 = 420 km = 42 000 000 cm
A escala é 60cm : 42 000 000 ⇔ 1 : 700 000
Gabarito: D

29) E

30) C

31) Se x e y são valores de duas grandezas inversamente proporcionais, o produto dos números x e y é constante. Uma forma de descrever essa relação entre as grandezas está indicada na opção B:

$y = \frac{5}{x}$

x . y = 5

Gabarito: B

32) a) k=total/soma direta

k=1280/8=5=7

k=1280/20

k=64(fator)

1º 64.8=512

2º 64.5=320

3º 64.7=448

Totalizando=1280

b) Inversamente

k=total/soma indireta

k=1280/1/5+1/2+1/10

k=1280/1/5+1/2+1/10|10

k=1280/8/10

k=160.10

k=1600(fator)

1º 1600.1/5=320

2º 1600.1/2=800

3º 1600.1/10=160

totalizando=1280

33) Sendo f o fator pelo qual os valores incorretos deveriam ser multiplicados, temos: 18,20 .f = 12,80 $\rightarrow$ f = 12,80/18,20 $\rightarrow$ f $\cong$ 0,70.

Gabarito: C

Habilidades da BNCC:

34) B

35) C

36) Em uma dose de molho, temos:

2 colheres de azeite = 2x15 mL = 30 mL. Em 1,5L = 1500 mL = 50x30 mL, logo, seriam necessárias 50 colheres de azeite.

Gabarito: C

37) Se a massa m de banha é diretamente proporcional ao volume v de combustível, então m = k.v, em que k é a constante de proporcionalidade. Assim: $14 \times 10^6 = k \times 112 \times 10^6 \rightarrow k = 14/112 = 1/8$.

Portanto para produzir 48 milhões de litros de biodiesel serão necessários $m' = (1/8) \times 48 \times 10^6$ = 6 milhões de quilogramas de banha.

Gabarito: A

38) Cada galão contém 3,8 L de gasolina, logo o total de combustível gasto nessa viagem é igual a 50 x 3,8 = 190 L. O custo desses 190 L correspondeu a 152 dólares, então cada litro custou $\frac{152}{90}$ = 0,8 dólar.

Se cada dólar valia 1,60 reais, na semana da viagem, o preço de 1 L de gasolina, em reais, era de 1,6 x 0,8 = 1,28.

Gabarito: A

39) 30 palmos de João —— 27 palmos de Alfredo

10 palmos de João —— X Palmos de Alfredo

Realizando ao cálculos, temos:

30x = 27.10

X = 27.(10/30)

X = 270/30

X = 9

Gabarito: C

40) Se **n** é o total de degraus da escada e supondo que a velocidade da escada seja constante, então:
(n – 8)/50 = (n – 12)/40 4n – 32 = 60 – 5n n=28
Gabarito: C

Desafiando:

41) 9 Kcal / 1 g = x Kcal / 6000 g

x = 54000 Kcal

12 Kcal / 1 min = 54000 Kcal / y min

y = 4500 min = $4{,}5.10^3$ min

Gabarito: B

42) Retirou-se litros de vinho e colocou-se litros d'água.

vinho → 100 – x

água → x

Retirou-se litros da mistura. Veja que a quantidade retirada de cada substância varia de acordo com a porcentagem encontrada no recipiente. Ou seja, retirou-se:

vinho → $(100x – x^2)/100$

água → $x^2/100$

Adicionam-se litros de água.

água → x

Ou seja, o problema diz que:

$x – (x^2/100) + x = 36$

x = 20.

43) Seja o filho A o mais novo e seja o filho B o mais velho.

I = idade

IB = IA + 4   (1)

H = herança

HA/IA = HB/IB = K

K = constante de proporcionalidade

(Considerei como proporcionalidade direta = razão constante.)

HA = 0,75HB

$0{,}75\cancel{HB}/IA = \cancel{HB}/IB = K$

0,75 = K.IA   e   1 = K.IB   (substitui em 1)

1/K = 0,75/K+ 4

K = 1/16

IB = 1/(1/16) = **16**

IA = 0,75/(1/16) = **12**

O ano em que o testamento poderá ser cumprido é o ano de nascimento do irmão mais velho mais a sua idade no momento do repasse da herança. 2000 + 16 = 2016.

Gabarito: D

ORIENTADOR METODOLÓGICO

Geometria plana: plano cartesiano e ângulos

Objetivos:

• Entender as regiões e como estudar um plano cartesiano;

• Compreender o conceito de ângulo e a relação entre duas retas paralelas e uma transversal.

Praticando:

1) A (4,3)
B (–3,4)
C (–2,–3)
D (0,–2)
E (2,–4)
F (5,0)

2) A

3) B

4) E

5) E

6) B

7) X + 2.(90 – X) = 140 => X – 2X + 180 = 140 =>
X = 40º
Gabarito: 40º

8) Como a soma de dois ângulos foi igual a 72º, então os ângulos que foram somados são ângulos agudos. Como neste sistema angular, os ângulos agudos são congruentes, então cada ângulo agudo será igual a 36º. Consequentemente, o valor de um ângulo obtuso será igual a 180º – 36º = 144º
Gabarito: B

9) Sabemos que: B + A = 180o e B = 3ª, logo:
3A + A = 180º => 4A = 180º = > A = 45º
Logo: B = 3.45º => B = 135º
B – A = 135º – 45º
B – A = 90º
Gabarito: A

10) 2X – 10 = X + 20 => X = 30º
Logo: X + 20 = 30 + 20 = 50º
Y + 50º = 180º => Y = 130º
Gabarito: 130º

11) a) $2\alpha + 3\alpha = 180º \Rightarrow \alpha = 180º/5 \Rightarrow \alpha = 36º$
b) $2\alpha + 10º = \alpha + 20º \Rightarrow \alpha = 10º$
c) $3\alpha + \alpha = 80º \Rightarrow \alpha = 80º/4 \Rightarrow \alpha = 20º$

12) De acordo com a figura, temos que:
3 = 2 + 1, logo:
3 = 45º + 55º => 3 = 100º
Gabarito: E

Aprofundando:

13) E

14) C

15) E

16) E

17) X = (90º – X) + 48º => 2X = 90º + 48º => 2X = 138º
X = 138º/2 => X = 69º
Logo, o suplemento de X será:
180º – X = 180º – 69º = 111º

18) a) De acordo com a figura, temos que:
90º = X + 65º => X = 90º – 65º => X = 25º
b) De acordo com afigura, temos que:
X = 30º + 20º = 50º

19) Traçando uma reta paralela as retas r e s sobre o ângulo de 120º, temos que:
$120º = 52º + 3\alpha \Rightarrow 3\alpha = 120º - 52º \Rightarrow 3\alpha = 68º \Rightarrow$
$\alpha = 68º/3$
$\alpha = 22º\,40'$
Gabarito: E

20) De acordo com a figura, temos que:
X + 32º + 115º = 180º => X = 180º – 115º – 32º => X = 33º
Gabarito: B

21) De acordo com a figura, temos que:

$90^\circ = \alpha + 50^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ - 50^\circ \Rightarrow \alpha = 40^\circ$

Gabarito: A

22) $(X + 10)/(X - 18) = (X + 20)/(X - 16) \Rightarrow (X + 10).(X - 16) = (X + 20).(X - 18)$

$X^2 - 6X - 160 = X^2 + 2X - 360 \Rightarrow 2X + 6X = 200 \Rightarrow 8X = 200 \Rightarrow X = 200/8 \Rightarrow X = 25$

Desafiando:

23) B

24) B

Habilidades da BNCC:

25) B